



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
COLÉGIO DE APLICAÇÃO



Trabalhando matemática para o ENEM

Professor Wagner Santiago

APOSTILA 9 – PROBABILIDADE

Questões de sala

1. (Enem 2015) Em uma central de atendimento, cem pessoas receberam senhas numeradas de 1 até 100. Uma das senhas é sorteada ao acaso.

Qual é a probabilidade de a senha sorteada ser um número de 1 a 20?

- a) $\frac{1}{100}$
- b) $\frac{19}{100}$
- c) $\frac{20}{100}$
- d) $\frac{21}{100}$
- e) $\frac{80}{100}$

2. (Enem 2018) O salto ornamental é um esporte em que cada competidor realiza seis saltos. A nota em cada salto é calculada pela soma das notas dos juízes, multiplicada pela nota de partida (o grau de dificuldade de cada salto). Fica em primeiro lugar o atleta que obtiver a maior soma das seis notas recebidas.

O atleta 10 irá realizar o último salto da final. Ele observa no Quadro 1, antes de executar o salto, o recorte do quadro parcial de notas com a sua classificação e a dos três primeiros lugares até aquele momento.

Quadro 1

Classificação	Atleta	6º Salto	Total
1º	3	135,0	829,0
2º	4	140,0	825,2
3º	8	140,4	824,2
6º	10		687,5

Ele precisa decidir com seu treinador qual salto deverá realizar. Os dados dos possíveis tipos de salto estão no Quadro 2.

Quadro 2

Tipo de salto	Nota de partida	Estimativa da soma das notas dos juízes	Probabilidade de obter a nota
T1	2,2	57	89,76%
T2	2,4	58	93,74%
T3	2,6	55	91,88%
T4	2,8	50	95,38%
T5	3,0	53	87,34%

O atleta optará pelo salto com a maior probabilidade de obter a nota estimada, de maneira que lhe permita alcançar o primeiro lugar.

Considerando essas condições, o salto que o atleta deverá escolher é o de tipo

- a) T1.
- b) T2.
- c) T3.
- d) T4.
- e) T5.

3. (Enem 2015) Em uma escola, a probabilidade de um aluno compreender e falar inglês é de 30%. Três alunos dessa escola, que estão em fase final de seleção de intercâmbio, aguardam, em uma sala, serem chamados para uma entrevista. Mas, ao invés de chamá-los um a um, o entrevistador entra na sala e faz, oralmente, uma pergunta em inglês que pode ser respondida por qualquer um dos alunos.

A probabilidade de o entrevistador ser entendido e ter sua pergunta oralmente respondida em inglês é

- a) 23,7%
- b) 30,0%
- c) 44,1%
- d) 65,7%
- e) 90,0%

4. (Enem PPL 2018) O gerente de uma empresa sabe que 70% de seus funcionários são do sexo masculino e foi informado de que a porcentagem de empregados fumantes nessa empresa é de 5% dos homens e de 5% das mulheres. Selecionando, ao acaso, a ficha de cadastro de um dos funcionários, verificou tratar-se de um fumante.

Qual a probabilidade de esse funcionário ser do sexo feminino?

- a) 50,0%
- b) 30,0%
- c) 16,7%
- d) 5,0%
- e) 15%

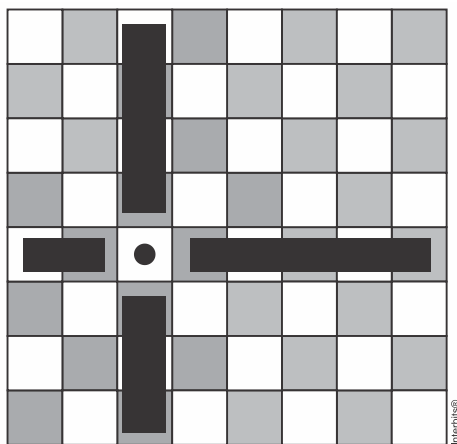
5. (Enem 2018) O gerente do setor de recursos humanos de uma empresa está organizando uma avaliação em que uma das etapas é um jogo de perguntas e respostas. Para essa etapa, ele classificou as perguntas, pelo nível de dificuldade, em fácil, médio e difícil, e escreveu cada pergunta em cartões para colocação em uma urna.

Contudo, após depositar vinte perguntas de diferentes níveis na urna, ele observou que 25% deles eram de nível fácil. Querendo que as perguntas de nível fácil sejam a maioria, o gerente decidiu acrescentar mais perguntas de nível fácil à urna, de modo que a probabilidade de o primeiro participante retirar, aleatoriamente, uma pergunta de nível fácil seja de 75%.

Com essas informações, a quantidade de perguntas de nível fácil que o gerente deve acrescentar à urna é igual a

- a) 10.
- b) 15.
- c) 35.
- d) 40.
- e) 45.

6. (Enem 2018) Um *designer* de jogos planeja um jogo que faz uso de um tabuleiro de dimensão $n \times n$, com $n \geq 2$, no qual cada jogador, na sua vez, coloca uma peça sobre uma das casas vazias do tabuleiro. Quando uma peça é posicionada, a região formada pelas casas que estão na mesma linha ou coluna dessa peça é chamada de zona de combate dessa peça. Na figura está ilustrada a zona de combate de uma peça colocada em uma das casas de um tabuleiro de dimensão 8×8 .



O tabuleiro deve ser dimensionado de forma que a probabilidade de se posicionar a segunda peça aleatoriamente, seguindo a regra do jogo, e esta ficar sobre a zona de combate da primeira, seja inferior a $\frac{1}{5}$.

A dimensão mínima que o designer deve adotar para esse tabuleiro é

- a) 4×4 .

- b) 6×6 .
- c) 9×9 .
- d) 10×10 .
- e) 11×11 .

7. (Enem 2017) Um morador de uma região metropolitana tem 50% de probabilidade de atrasar-se para o trabalho quando chove na região; caso não chova, sua probabilidade de atraso é de 25%. Para um determinado dia, o serviço de meteorologia estima em 30% a probabilidade da ocorrência de chuva nessa região.

Qual é a probabilidade de esse morador se atrasar para o serviço no dia para o qual foi dada a estimativa de chuva?

- a) 0,075
- b) 0,150
- c) 0,325
- d) 0,600
- e) 0,800

8. (Enem PPL 2018) Uma senhora acaba de fazer uma ultrassonografia e descobre que está grávida de quadrigêmeos.

Qual é a probabilidade de nascerem dois meninos e duas meninas?

- a) $\frac{1}{16}$
- b) $\frac{3}{16}$
- c) $\frac{1}{4}$
- d) $\frac{3}{8}$
- e) $\frac{1}{2}$

9. (Enem 2017) Numa avenida existem 10 semáforos. Por causa de uma pane no sistema, os semáforos ficaram sem controle durante uma hora, e fixaram suas luzes unicamente em verde ou vermelho. Os semáforos funcionam de forma independente; a probabilidade de acusar a cor verde é de $\frac{2}{3}$ e a de acusar a cor vermelha é de $\frac{1}{3}$.

Uma pessoa percorreu a pé toda essa avenida durante o período da pane, observando a cor da luz de cada um desses semáforos.

Qual a probabilidade de que esta pessoa tenha observado exatamente um sinal na cor verde?

- a) $\frac{10 \times 2}{3^{10}}$
- b) $\frac{10 \times 2^9}{3^{10}}$
- c) $\frac{2^{10}}{3^{100}}$
- d) $\frac{2^{90}}{3^{100}}$

e) $\frac{2}{3^{10}}$

10. (Enem 2018) Para ganhar um prêmio, uma pessoa deverá retirar, sucessivamente e sem reposição, duas bolas pretas de uma mesma urna.

Inicialmente, as quantidades e cores das bolas são como descritas a seguir:

- Urna A – Possui três bolas brancas, duas bolas pretas e uma bola verde;
- Urna B – Possui seis bolas brancas, três bolas pretas e uma bola verde;
- Urna C – Possui duas bolas pretas e duas bolas verdes;
- Urna D – Possui três bolas brancas e três bolas pretas.

A pessoa deve escolher uma entre as cinco opções apresentadas:

- Opção 1 – Retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna A;
- Opção 2 – Retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna B;
- Opção 3 – Passar, aleatoriamente, uma bola da urna C para a urna A; após isso, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna A;
- Opção 4 – Passar, aleatoriamente, uma bola da urna D para a urna C; após isso, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna C;
- Opção 5 – Passar, aleatoriamente, uma bola da urna C para a urna D; após isso, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna D.

Com o objetivo de obter a maior probabilidade possível de ganhar o prêmio, a pessoa deve escolher a opção

- a) 1.
- b) 2.
- c) 3.
- d) 4.
- e) 5.

Questões Propostas

1. (Enem PPL 2016) O quadro apresenta cinco cidades de um estado, com seus respectivos números de habitantes e quantidade de pessoas infectadas com o vírus da gripe. Sabe-se que o governo desse estado destinará recursos financeiros a cada cidade, em valores proporcionais à probabilidade de uma pessoa, escolhida ao acaso na cidade, estar infectada.

Cidade	I	II	III	IV	V
Habitantes	180.000	100.000	110.000	165.000	175.000
Infectados	7.800	7.500	9.000	6.500	11.000

Qual dessas cidades receberá maior valor de recursos financeiros?

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V

2. (Enem 2ª aplicação 2016) Uma caixa contém uma cédula de R\$ 5,00, uma de R\$ 20,00 e duas de R\$ 50,00 de modelos diferentes. Retira-se aleatoriamente uma cédula dessa caixa, anota-se o seu valor e devolve-se a cédula à caixa. Em seguida, repete-se o procedimento anterior.

A probabilidade de que a soma dos valores anotados seja pelo menos igual a R\$ 55,00 é

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{1}{4}$
- c) $\frac{3}{4}$
- d) $\frac{2}{9}$
- e) $\frac{5}{9}$

3. (Enem 2018) Um rapaz estuda em uma escola que fica longe de sua casa, e por isso precisa utilizar o transporte público. Como é muito observador, todos os dias ele anota a hora exata (sem considerar os segundos) em que o ônibus passa pelo ponto de espera. Também notou que nunca consegue chegar ao ponto de ônibus antes de 6h15min da manhã. Analisando os dados coletados durante o mês de fevereiro, o qual teve 21 dias letivos, ele concluiu que 6h21min foi o que mais se repetiu, e que a mediana do conjunto de dados é 6h22min.

A probabilidade de que, em algum dos dias letivos de fevereiro, esse rapaz tenha apanhado o ônibus antes de 6h21min da manhã é, no máximo,

- a) $\frac{4}{21}$
- b) $\frac{5}{21}$
- c) $\frac{6}{21}$
- d) $\frac{7}{21}$
- e) $\frac{8}{21}$

4. (Enem (Libras) 2017) Um projeto para incentivar a reciclagem de lixo de um condomínio conta com a participação de um grupo de moradores, entre crianças, adolescentes e adultos, conforme dados do quadro.

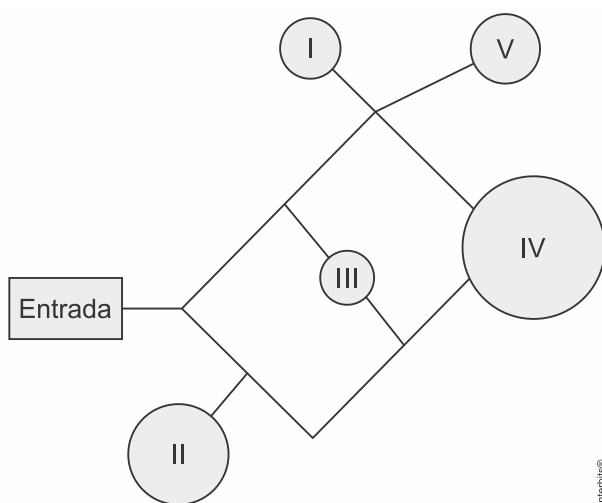
Participantes	Número de pessoas
Crianças	x
Adolescentes	5
Adultos	10

Uma pessoa desse grupo foi escolhida aleatoriamente para falar do projeto. Sabe-se que a probabilidade de a pessoa escolhida ser uma criança é igual a dois terços.

Diante disso, o número de crianças que participa desse projeto é

- a) 6.
- b) 9.
- c) 10.
- d) 30.
- e) 45.

5. (Enem 2016) Um adolescente vai a um parque de diversões tendo, prioritariamente, o desejo de ir a um brinquedo que se encontra na área IV, dentre as áreas I, II, III, IV e V existentes. O esquema ilustra o mapa do parque, com a localização da entrada, das cinco áreas com os brinquedos disponíveis e dos possíveis caminhos para se chegar a cada área. O adolescente não tem conhecimento do mapa do parque e decide ir caminhando da entrada até chegar à área IV.



Suponha que relativamente a cada ramificação, as opções existentes de percurso pelos caminhos apresentem iguais probabilidades de escolha, que a caminhada foi feita escolhendo ao acaso os caminhos existentes e que, ao tomar um caminho que chegue a uma área distinta da IV, o adolescente necessariamente passa por ela ou retorna.

Nessas condições, a probabilidade de ele chegar à área IV sem passar por outras áreas e sem retornar é igual a

- a) $\frac{1}{96}$
- b) $\frac{1}{64}$
- c) $\frac{5}{24}$
- d) $\frac{1}{4}$
- e) $\frac{5}{12}$

6. (Enem PPL 2017) Uma aluna estuda numa turma de 40 alunos. Em um dia, essa turma foi dividida em três salas, A, B e C, de acordo com a capacidade das salas. Na sala A ficaram 10 alunos, na B, outros 12 alunos e na C, 18 alunos. Será feito um

sorteio no qual, primeiro, será sorteada uma sala e, posteriormente, será sorteado um aluno dessa sala.

Qual é a probabilidade de aquela aluna específica ser sorteada, sabendo que ela está na sala C?

- a) $\frac{1}{3}$
- b) $\frac{1}{18}$
- c) $\frac{1}{40}$
- d) $\frac{1}{54}$
- e) $\frac{7}{18}$

7. (Enem PPL 2015) Um protocolo tem como objetivo firmar acordos e discussões internacionais para conjuntamente estabelecer metas de redução de emissão de gases de efeito estufa na atmosfera. O quadro mostra alguns dos países que assinaram o protocolo, organizados de acordo com o continente ao qual pertencem.

Países da América do Norte	Países da Ásia
Estados Unidos da América	China
Canadá	Índia
México	Japão

Em um dos acordos firmados, ao final do ano, dois dos países relacionados serão escolhidos aleatoriamente, um após o outro, para verificar se as metas de redução do protocolo estão sendo praticadas.

A probabilidade de o primeiro país escolhido pertencer à América do Norte e o segundo pertencer ao continente asiático é

- a) $\frac{1}{9}$
- b) $\frac{1}{4}$
- c) $\frac{3}{10}$
- d) $\frac{2}{3}$
- e) 1

8. (Enem (Libras) 2017) Um laboratório está desenvolvendo um teste rápido para detectar a presença de determinado vírus na saliva. Para conhecer a acurácia do teste é necessário avaliá-lo em indivíduos sabidamente doentes e nos sadios. A acurácia de um teste é dada pela capacidade de reconhecer os verdadeiros positivos (presença de

vírus) e os verdadeiros negativos (ausência de vírus). A probabilidade de o teste reconhecer os verdadeiros negativos é denominada especificidade, definida pela probabilidade de o teste resultar negativo, dado que o indivíduo é sadio. O laboratório realizou um estudo com 150 indivíduos e os resultados estão no quadro.

Resultado do teste da saliva	Doentes	Sadios	Total
Positivo	57	10	67
Negativo	3	80	83
Total	60	90	150

Considerando os resultados apresentados no quadro, a especificidade do teste da saliva tem valor igual a

- a) 0,11.
- b) 0,15.
- c) 0,60.
- d) 0,89.
- e) 0,96.

9. (Enem PPL 2015) Um bairro residencial tem cinco mil moradores, dos quais mil são classificados como vegetarianos. Entre os vegetarianos, 40% são esportistas, enquanto que, entre os não vegetarianos, essa porcentagem cai para 20%. Uma pessoa desse bairro, escolhida ao acaso, é esportista.

A probabilidade de ela ser vegetariana é

- a) $\frac{2}{25}$
- b) $\frac{1}{5}$
- c) $\frac{1}{4}$
- d) $\frac{1}{3}$
- e) $\frac{5}{6}$

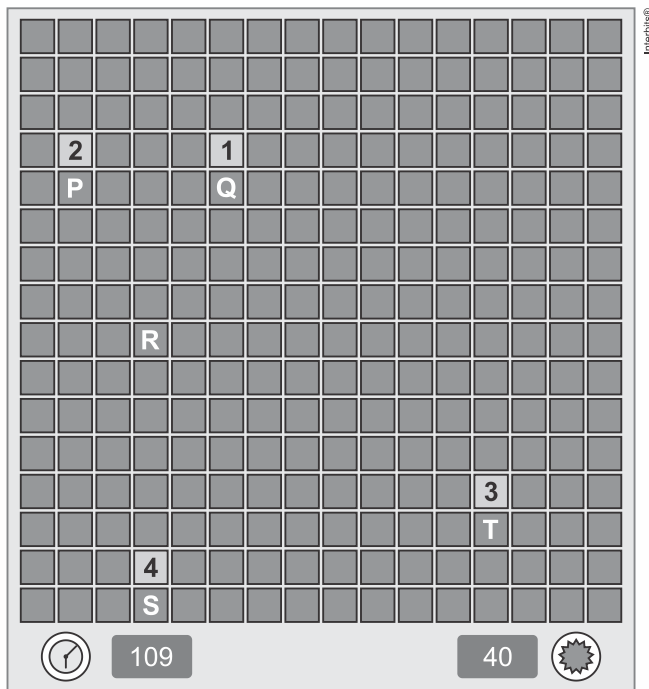
10. (Enem PPL 2017) Um programa de televisão criou um perfil em uma rede social, e a ideia era que esse perfil fosse sorteado para um dos seguidores, quando esses fossem em número de um milhão. Agora que essa quantidade de seguidores foi atingida, os organizadores perceberam que apenas 80% deles são realmente fãs do programa. Por conta disso, resolveram que todos os seguidores farão um teste, com perguntas objetivas referentes ao programa, e só poderão participar do sorteio aqueles que forem aprovados. Estatísticas revelam que, num teste dessa natureza, a taxa de aprovação é de 90% dos fãs e de 15% dos que não são fãs.

De acordo com essas informações, a razão entre a probabilidade de que um fã seja sorteado e a probabilidade de que o sorteado seja alguém que não é fã do programa é igual a

- a) 1.
- b) 4.
- c) 6.
- d) 24.

e) 96.

11. (Enem 2017) A figura ilustra uma partida de Campo Minado, o jogo presente em praticamente todo computador pessoal. Quatro quadrados em um tabuleiro 16×16 foram abertos, e os números em suas faces indicam quantos dos seus 8 vizinhos contêm minas (a serem evitadas). O número 40 no canto inferior direito é o número total de minas no tabuleiro, cujas posições foram escolhidas ao acaso, de forma uniforme, antes de se abrir qualquer quadrado.



Em sua próxima jogada, o jogador deve escolher dentre os quadrados marcados com as letras P, Q, R, S e T um para abrir, sendo que deve escolher aquele com a menor probabilidade de conter uma mina.

O jogador deverá abrir o quadrado marcado com a letra

- a) P.
- b) Q.
- c) R.
- d) S.
- e) T.

12. (Enem 2ª aplicação 2016) Um casal, ambos com 30 anos de idade, pretende fazer um plano de previdência privada. A seguradora pesquisada, para definir o valor do recolhimento mensal, estima a probabilidade de que pelo menos um deles esteja vivo daqui a 50 anos, tomando por base dados da população, que indicam que 20% dos homens e 30% das mulheres de hoje alcançarão a idade de 80 anos.

Qual é essa probabilidade?

- a) 50%
- b) 44%
- c) 38%

- d) 25%
- e) 6%

13. (Enem PPL 2016) Em um campeonato de futebol, a vitória vale 3 pontos, o empate 1 ponto e a derrota zero ponto. Ganha o campeonato o time que tiver maior número de pontos. Em caso de empate no total de pontos, os times são declarados vencedores.

Os times R e S são os únicos com chance de ganhar o campeonato, pois ambos possuem 68 pontos e estão muito à frente dos outros times. No entanto, R e S não se enfrentarão na rodada final.

Os especialistas em futebol arriscam as seguintes probabilidades para os jogos da última rodada:

- R tem 80% de chance de ganhar e 15% de empatar;
- S tem 40% de chance de ganhar e 20% de empatar.

Segundo as informações dos especialistas em futebol, qual é a probabilidade de o time R ser o único vencedor do campeonato?

- a) 32%
- b) 38%
- c) 48%
- d) 54%
- e) 57%

14. (Enem 2015) Uma competição esportiva envolveu 20 equipes com 10 atletas cada. Uma denúncia à organização dizia que um dos atletas havia utilizado substância proibida.

Os organizadores, então, decidiram fazer um exame *antidoping*. Foram propostos três modos diferentes para escolher os atletas que irão realizá-lo:

Modo I: sortear três atletas dentre todos os participantes;

Modo II: sortear primeiro uma das equipes e, desta, sortear três atletas;

Modo III: sortear primeiro três equipes e, então, sortear um atleta de cada uma dessas três equipes.

Considere que todos os atletas têm igual probabilidade de serem sorteados e que $P(I)$, $P(II)$ e $P(III)$ sejam as probabilidades de o atleta que utilizou a substância proibida seja um dos escolhidos para o exame no caso do sorteio ser feito pelo modo I, II ou III.

Comparando-se essas probabilidades, obtém-se

- a) $P(I) < P(III) < P(II)$
- b) $P(II) < P(I) < P(III)$
- c) $P(I) < P(II) = P(III)$
- d) $P(I) = P(II) < P(III)$
- e) $P(I) = P(II) = P(III)$

15. (Enem PPL 2015) No próximo final de semana, um grupo de alunos participará de uma aula de campo. Em dias chuvosos, aulas de campo não podem ser realizadas. A ideia é que essa aula seja no sábado, mas, se estiver chovendo no sábado, a aula será adiada para o domingo. Segundo a meteorologia, a probabilidade de chover no sábado é de 30% e a de chover no domingo é de 25%.

A probabilidade de que a aula de campo ocorra no domingo é de

- a) 5,0%
- b) 7,5%
- c) 22,5%
- d) 30,0%
- e) 75,0%

GABARITO DAS QUESTÕES PROPOSTAS

1. C	2. C	3. D	4. D	5. C	6. D
7. C	8. D	9 D	10. D	11. B	12.B
13. D	14. E	15. C			