MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Trabalhando matemática para o ENEM

Professor Wagner Santiago

APOSTILA 7 – P.A e P.G

Questões de sala

1. (Enem 2018) A prefeitura de um pequeno município do interior decide colocar postes para iluminação ao longo de uma estrada retilínea, que inicia em uma praça central e termina numa fazenda na zona rural. Como a praça já possui iluminação, o primeiro poste será colocado a 80 metros da praça, o segundo, a 100 metros, o terceiro, a 120 metros, e assim sucessivamente, mantendo-se sempre uma distância de vinte metros entre os postes, até que o último poste seja colocado a uma distância de 1.380 metros da praça.

Se a prefeitura pode pagar, no máximo, $R\$\,8.000{,}00$ por poste colocado, o maior valor que poderá gastar com a colocação desses postes é

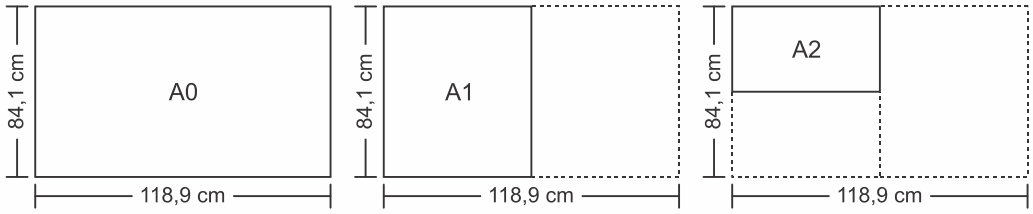
a) $R\$\,512.000{,}00$.
b) $R\$\,520.000{,}00$.
c) $R\$\,528.000{,}00$.
d) $R\$\,552.000{,}00$.
e) $R\$\,584.000{,}00$.

2. (Enem PPL 2018) Alguns modelos de rádios automotivos estão protegidos por um código de segurança. Para ativar o sistema de áudio, deve-se digitar o código secreto composto por quatro algarismos. No primeiro caso de erro na digitação, a pessoa deve esperar 60 segundos para digitar o código novamente. O tempo de espera duplica, em relação ao tempo de espera anterior, a cada digitação errada. Uma pessoa conseguiu ativar o rádio somente na quarta tentativa, sendo de 30 segundos o tempo gasto para digitação do código secreto a cada tentativa imediatamente após a liberação do sistema de espera.

O tempo total, em segundo, gasto por essa pessoa para ativar o rádio foi igual a

a) 300.
b) 420.
c) 540.
d) 660.
e) 1.020.

3. (Enem PPL 2016) O padrão internacional lSO 216 define os tamanhos de papel utilizados em quase todos os países, com exceção dos EUA e Canadá. O formato-base é uma folha retangular de papel, chamada de $A0$, cujas dimensões são $84{,}1\,cm \times 118{,}9\,cm$. A partir de então, dobra-se a folha ao meio, sempre no lado maior, obtendo os demais formatos, conforme o número de dobraduras. Observe a figura: $A1$ tem o formato da folha $A0$ dobrada ao meio uma vez, $A2$ tem o formato da folha $A0$ dobrada ao meio duas vezes, e assim sucessivamente.



Disponível em: http://pt.wikipedia.org. Acesso em: 4 abr. 2012 (adaptado).

Quantas folhas de tamanho $A8$ são obtidas a partir de uma folha $A0$?
a) 8
b) 16
c) 64
d) 128
e) 256

4. (Enem 2016) Sob a orientação de um mestre de obras, João e Pedro trabalharam na reforma de um edifício. João efetuou reparos na parte hidráulica nos andares $1, 3, 5, 7,$ e assim sucessivamente, de dois em dois andares. Pedro trabalhou na parte elétrica nos andares $1, 4, 7, 10,$ e assim sucessivamente, de três em três andares. Coincidentemente, terminaram seus trabalhos no último andar. Na conclusão da reforma, o mestre de obras informou, em seu relatório, o número de andares do edifício. Sabe-se que, ao longo da execução da obra, em exatamente 20 andares, foram realizados reparos nas partes hidráulica e elétrica por João e Pedro.

Qual é o número de andares desse edifício?
a) 40
b) 60
c) 100
d) 115
e) 120

5. (Enem PPL 2014) Um ciclista participará de uma competição e treinará alguns dias da seguinte maneira: no primeiro dia, pedalará 60 km; no segundo dia, a mesma distância do primeiro mais r km; no terceiro dia, a mesma distância do segundo mais r km; e, assim, sucessivamente, sempre pedalando a mesma distância do dia anterior mais r km. No último dia, ele deverá percorrer 180 km, completando o treinamento com um total de 1560 km.

A distância r que o ciclista deverá pedalar a mais a cada dia, em km, é
a) 3.
b) 7.
c) 10.
d) 13.
e) 20.

6. (Enem PPL 2013) Para um principiante em corrida, foi estipulado o seguinte plano de treinamento diário: correr 300 metros no primeiro dia e aumentar 200 metros por dia, a partir do segundo. Para contabilizar seu rendimento, ele utilizará um *chip*, preso ao seu tênis, para medir a distância percorrida nos treinos. Considere que esse *chip* armazene, em sua memória, no máximo 9,5 km de corrida/caminhada, devendo ser colocado no momento do início do treino e descartado após esgotar o espaço para reserva de dados.
Se esse atleta utilizar o *chip* desde o primeiro dia de treinamento, por quantos dias consecutivos esse *chip* poderá armazenar a quilometragem desse plano de treino diário?
a) 7

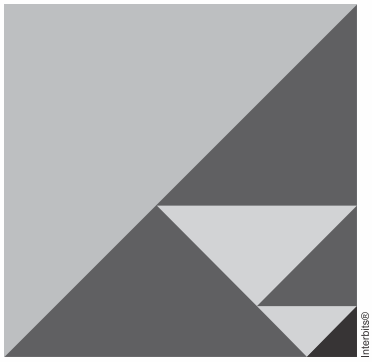
b) 8
c) 9
d) 12
e) 13

7. (Enem 2013) As projeções para a produção de arroz no período de 2012–2021, em uma determinada região produtora, apontam para uma perspectiva de crescimento constante da produção anual. O quadro apresenta a quantidade de arroz, em toneladas, que será produzida nos primeiros anos desse período, de acordo com essa projeção.

Ano	Projeção da produção (t)
2012	50,25
2013	51,50
2014	52,75
2015	54,00

A quantidade total de arroz, em toneladas, que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021 será de
a) 497,25.
b) 500,85.
c) 502,87.
d) 558,75.
e) 563,25.

8. (Enem 2018) Um quebra-cabeça consiste em recobrir um quadrado com triângulos retângulos isósceles, como ilustra a figura.



Uma artesã confecciona um quebra-cabeça como o descrito, de tal modo que a menor das peças é um triângulo retângulo isósceles cujos catetos medem $2\ \text{cm}$.

O quebra-cabeça, quando montado, resultará em um quadrado cuja medida do lado, em centímetro, é
a) 14
b) 12
c) $7\sqrt{2}$
d) $6+4\sqrt{2}$
e) $6+2\sqrt{2}$

9. (Enem 2018) Com o avanço em ciência da computação, estamos próximos do momento em que o número de transistores no processador de um computador pessoal será da mesma ordem de grandeza que o número de neurônios em um cérebro humano, que é da ordem de 100 bilhões.
Uma das grandezas determinantes para o desempenho de um processador é a densidade de transistores, que é o número de transistores por centímetro quadrado. Em 1986, uma empresa

fabricava um processador contendo 100.000 transistores distribuídos em $0,25\ cm^2$ de área. Desde então, o número de transistores por centímetro quadrado que se pode colocar em um processador dobra a cada dois anos (Lei de Moore).

Disponível em: www.pocket-lint.com. Acesso em: 1 dez. 2017 (adaptado).

Considere $0,30$ como aproximação para $\log_{10} 2$.

Em que ano a empresa atingiu ou atingirá a densidade de 100 bilhões de transistores?
a) 1999
b) 2002
c) 2022
d) 2026
e) 2146

10. (Enem 2010) Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, onde cada lado foi representado por um canudo. A quantidade de canudos (C) de cada figura depende da quantidade de quadrados (Q) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir.

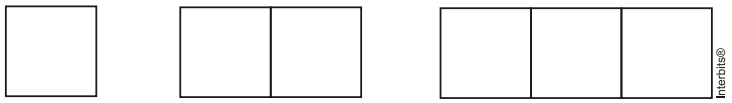


Figura I Figura II Figura III

Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados de cada figura?
a) C = 4Q
b) C = 3Q + 1
c) C = 4Q – 1
d) C = Q + 3
e) C = 4Q – 2

11. (Enem 2ª aplicação 2010) O trabalho em empresas de exige dos profissionais conhecimentos de diferentes áreas. Na semana passada, todos os funcionários de uma dessas empresas estavam envolvidos na tarefa de determinar a quantidade de estrelas que seriam utilizadas na confecção de um painel de Natal.
Um dos funcionários apresentou um esboço das primeiras cinco linhas do painel, que terá, no total, 150 linhas.

1ª 2ª 3ª 4ª 5ª 150ª

Após avaliar o esboço, cada um dos funcionários esboçou sua resposta:

Funcionário I: aproximadamente 200 estrelas.
Funcionário II: aproximadamente 6 000 estrelas.
Funcionário III: aproximadamente 12 000 estrelas.
Funcionário IV: aproximadamente 22 500 estrelas.
Funcionário V: aproximadamente 22 800 estrelas.

Qual funcionário apresentou um resultado mais próximo da quantidade de estrelas necessária?
a) I

b) II
c) III
d) IV
e) V

Questões propostas

1. (Enem 2018) Torneios de tênis, em geral, são disputados em sistema de eliminatória simples. Nesse sistema, são disputadas partidas entre dois competidores, com a eliminação do perdedor e promoção do vencedor para a fase seguinte. Dessa forma, se na 1ª fase o torneio conta com $2n$ competidores, então na 2ª fase restarão n competidores, e assim sucessivamente até a partida final.

Em um torneio de tênis, disputado nesse sistema, participam 128 tenistas.
Para se definir o campeão desse torneio, o número de partidas necessárias é dado por
a) 2×128
b) $64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2$
c) $128 + 64 + 32 + 16 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1$
d) $128 + 64 + 32 + 16 + 16 + 8 + 4 + 2$
e) $64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1$

2. (Enem PPL 2018) Na música, usam-se sinais gráficos chamados figuras de duração para indicar por quanto tempo se deve emitir determinado som.

As figuras de duração usadas atualmente são: semibreve, mínima, semínima, colcheia, semicolcheia, fusa e semifusa.

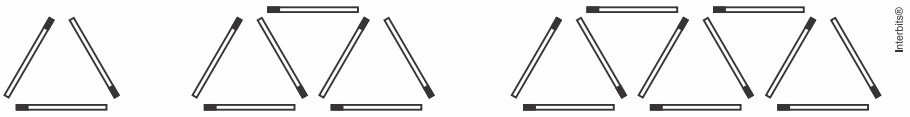
Essas figuras não possuem um valor (tempo) fixo. Elas são proporcionais entre si. A duração de uma semibreve é equivalente à de duas mínimas, a duração de uma mínima é equivalente à de duas semínimas, a duração de uma semínima equivale à de duas colcheias e assim por diante, seguindo a ordem dada.

Considere que a semibreve tem a duração de tempo de uma unidade.

Disponível em: www.portaledumusicalcp2.mus.br. Acesso em: 11 nov. 2013 (adaptado).

A sequência que indica a duração de tempo de uma mínima, de uma semínima, de uma colcheia, de uma semicolcheia, de uma fusa e de uma semifusa é
a) $2, 4, 8, 16, 32, 64$
b) $1, 2, 4, 8, 16, 32$
c) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}$
d) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{15}{16}, \frac{31}{32}, \frac{63}{64}$
e) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}$

3. (Enem (Libras) 2017) A figura ilustra uma sequência de formas geométricas formadas por palitos, segundo uma certa regra.



Continuando a sequência, segundo essa mesma regra, quantos palitos serão necessários para construir o décimo termo da sequência?

a) 30
b) 39
c) 40
d) 43
e) 57

4. (Enem PPL 2017) Uma empresa de entregas presta serviços para outras empresas que fabricam e vendem produtos. Os fabricantes dos produtos podem contratar um entre dois planos oferecidos pela empresa que faz as entregas. No plano A, cobra-se uma taxa fixa mensal no valor de $R\$\ 500{,}00$, além de uma tarifa de $R\$\ 4{,}00$ por cada quilograma enviado (para qualquer destino dentro da área de cobertura). No plano B, cobra-se uma taxa fixa mensal no valor de $R\$\ 200{,}00$, porém a tarifa por cada quilograma enviado sobe para $R\$\ 6{,}00$. Certo fabricante havia decidido contratar o plano A por um período de 6 meses. Contudo, ao perceber que ele precisará enviar apenas 650 quilogramas de mercadoria durante todo o período, ele resolveu contratar o plano B.

Qual alternativa avalia corretamente a decisão final do fabricante de contratar o plano B?

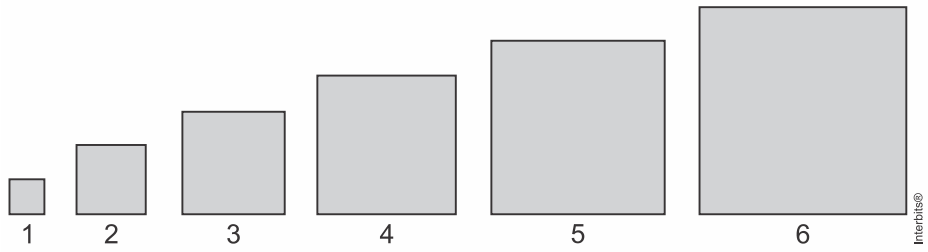
a) A decisão foi boa para o fabricante, pois o plano B custará ao todo $R\$\ 500{,}00$ a menos do que o plano A custaria.
b) A decisão foi boa para o fabricante, pois o plano B custará ao todo $R\$\ 1.500{,}00$ a menos do que o plano A custaria.
c) A decisão foi ruim para o fabricante, pois o plano B custará ao todo $R\$\ 1.000{,}00$ a mais do que o plano A custaria.
d) A decisão foi ruim para o fabricante, pois o plano B custará ao todo $R\$\ 1.300{,}00$ a mais do que o plano A custaria.
e) A decisão foi ruim para o fabricante, pois o plano B custará ao todo $R\$\ 6.000{,}00$ a mais do que o plano A custaria.

5. (Enem (Libras) 2017) Atualmente, a massa de uma mulher é $100\ kg$. Ela deseja diminuir, a cada mês, 3% da massa que possuía no mês anterior. Suponha que ela cumpra sua meta.

A sua massa, em quilograma, daqui a dois meses será

a) $91{,}00$.
b) $94{,}00$.
c) $94{,}09$.
d) $94{,}33$.
e) $96{,}91$.

6. (Enem 2ª aplicação 2016) Em um trabalho escolar, João foi convidado a calcular as áreas de vários quadrados diferentes, dispostos em sequência, da esquerda para a direita, como mostra a figura.



O primeiro quadrado da sequência tem lado medindo $1\,cm$, o segundo quadrado tem lado medindo $2\,cm$, o terceiro $3\,cm$ e assim por diante. O objetivo do trabalho é identificar em quanto a área de cada quadrado da sequência excede a área do quadrado anterior. A área do quadrado que ocupa a posição n, na sequência, foi representada por A_n.

Para $n \geq 2$, o valor da diferença $A_n - A_{n-1}$, em centímetro quadrado, é igual a

a) $2n-1$
b) $2n+1$
c) $-2n+1$
d) $(n-1)^2$
e) n^2-1

7. (Enem 2ª aplicação 2016) Com o objetivo de trabalhar a concentração e a sincronia de movimentos dos alunos de uma de suas turmas, um professor de educação física dividiu essa turma em três grupos $(A, B \text{ e } C)$ e estipulou a seguinte atividade: os alunos do grupo A deveriam bater palmas a cada $2\,s$, os alunos do grupo B deveriam bater palmas a cada $3\,s$ e os alunos do grupo C deveriam bater palmas a cada $4\,s$.

O professor zerou o cronômetro e os três grupos começaram a bater palmas quando ele registrou $1\,s$. Os movimentos prosseguiram até o cronômetro registrar $60\,s$.

Um estagiário anotou no papel a sequência formada pelos instantes em que os três grupos bateram palmas simultaneamente.

Qual é o termo geral da sequência anotada?

a) $12\,n$, com n um número natural, tal que $1 \leq n \leq 5$.
b) $24\,n$, com n um número natural, tal que $1 \leq n \leq 2$.
c) $12\,(n-1)$, com n um número natural, tal que $1 \leq n \leq 6$.
d) $12\,(n-1)+1$, com n um número natural, tal que $1 \leq n \leq 5$.
e) $24\,(n-1)+1$, com n um número natural, tal que $1 \leq n \leq 3$.

8. (Enem 2ª aplicação 2016) Para comemorar o aniversário de uma cidade, a prefeitura organiza quatro dias consecutivos de atrações culturais. A experiência de anos anteriores mostra que, de um dia para o outro, o número de visitantes no evento é triplicado. É esperada a presença de 345 visitantes para o primeiro dia do evento.

Uma representação possível do número esperado de participantes para o último dia é

a) 3×345
b) $(3+3+3) \times 345$
c) $3^3 \times 345$
d) $3 \times 4 \times 345$
e) $3^4 \times 345$

9. (Enem 2015) O acréscimo de tecnologias no sistema produtivo industrial tem por objetivo reduzir custos e aumentar a produtividade. No primeiro ano de funcionamento, uma indústria fabricou 8.000 unidades de um determinado produto. No ano seguinte, investiu em tecnologia adquirindo novas máquinas e aumentou a produção em 50%. Estima-se que esse aumento percentual se repita nos próximos anos, garantindo um crescimento anual de 50%. Considere P a quantidade anual de produtos fabricados no ano t de funcionamento da indústria.

Se a estimativa for alcançada, qual é a expressão que determina o número de unidades produzidas P em função de t, para $t \geq 1$?

a) $P(t) = 0,5 \cdot t^{-1} + 8.000$

b) $P(t) = 50 \cdot t^{-1} + 8.000$

c) $P(t) = 4.000 \cdot t^{-1} + 8.000$

d) $P(t) = 8.000 \cdot (0,5)^{t-1}$

e) $P(t) = 8.000 \cdot (1,5)^{t-1}$

10. (Enem PPL 2014) Pesquisas indicam que o número de bactérias X é duplicado a cada quarto de hora. Um aluno resolveu fazer uma observação para verificar a veracidade dessa afirmação. Ele usou uma população inicial de 10^5 bactérias X e encerrou a observação ao final de uma hora.
Suponha que a observação do aluno tenha confirmado que o número de bactérias X se duplica a cada quarto de hora.

Após uma hora do início do período de observação desse aluno, o número de bactérias X foi de

a) $2^{-2} \cdot 10^5$

b) $2^{-1} \cdot 10^5$

c) $2^2 \cdot 10^5$

d) $2^3 \cdot 10^5$

e) $2^4 \cdot 10^5$

11. (Enem 2012) Jogar baralho é uma atividade que estimula o raciocínio. Um jogo tradicional é a Paciência, que utiliza 52 cartas. Inicialmente são formadas sete colunas com as cartas. A primeira coluna tem uma carta, a segunda tem duas cartas, a terceira tem três cartas, a quarta tem quatro cartas, e assim sucessivamente até a sétima coluna, a qual tem sete cartas, e o que sobra forma o monte, que são as cartas não utilizadas nas colunas.
A quantidade de cartas que forma o monte é

a) 21.

b) 24.

c) 26.

d) 28.

e) 31.

12. (Enem PPL 2012) Uma maneira muito útil de se criar belas figuras decorativas utilizando a matemática é pelo processo de autossemelhança, uma forma de se criar *fractais.*
Informalmente, dizemos que uma figura é autossemelhante se partes dessa figura são semelhantes à figura vista como um todo. Um exemplo clássico é o *Carpete de Sierpinski*, criado por um processo recursivo, descrito a seguir:

- Passo 1: Considere um quadrado dividido em nove quadrados idênticos (Figura 1). Inicia-se o processo removendo o quadrado central, restando 8 quadrados pretos (Figura 2).
- Passo 2: Repete-se o processo com cada um dos quadrados restantes, ou seja, divide-se cada um deles em 9 quadrados idênticos e remove-se o quadrado central de cada um, restando apenas os quadrados pretos (Figura 3).

- Passo 3: Repete-se o passo 2.

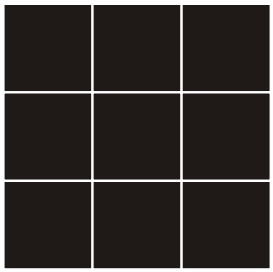


Figura 1

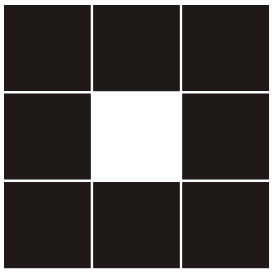


Figura 2

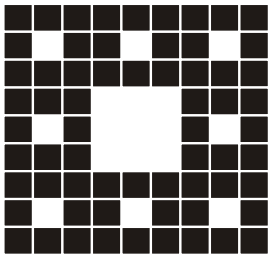


Figura 3

Admita que esse processo seja executado 3 vezes, ou seja, divide-se cada um dos quadrados pretos da Figura 3 em 9 quadrados idênticos e remove-se o quadrado central de cada um deles.
O número de quadrados pretos restantes nesse momento é
a) 64.
b) 512.
c) 568.
d) 576.
e) 648.

13**.** (Enem 2011) O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33 000 passagens; em fevereiro, 34 500; em março, 36 000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes.
Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?
a) 38 000
b) 40 500
c) 41 000
d) 42 000
e) 48 000

14**.** (Enem 2ª aplicação 2010) Nos últimos anos, a corrida de rua cresce no Brasil. Nunca se falou tanto no assunto como hoje, e a quantidade de adeptos aumenta progressivamente, afinal, correr traz inúmeros benefícios para a saúde física e mental, além de ser um esporte que não exige um alto investimento financeiro.

Disponível em:http://www.webrun.com.br. Acesso em: 28 abr. 2010.

Um corredor estipulou um plano de treinamento diário, correndo 3 quilômetros no primeiro dia e aumentando 500 metros por dia, a partir do segundo. Contudo, seu médico cardiologista autorizou essa atividade até que o corredor atingisse, no máximo, 10 km de corrida em um mesmo dia de treino. Se o atleta cumprir a recomendação médica e praticar o treinamento estipulado corretamente em dias consecutivos, pode-se afirmar que esse planejamento de treino só poderá ser executado em, exatamente,

a) 12 dias.
b) 13 dias.
c) 14 dias.
d) 15 dias.
e) 16 dias.

15**.** (Enem 2008) Fractal (do latim *fractus*, fração, quebrado) - objeto que pode ser dividido em partes que possuem semelhança com o objeto inicial. A geometria fractal, criada no século XX, estuda as propriedades e o comportamento dos fractais - objetos geométricos formados por repetições de padrões similares.
O triângulo de Sierpinski, uma das formas elementares da geometria fractal, pode ser obtido por meio dos seguintes passos:

1. comece com um triângulo equilátero (figura 1);
2. construa um triângulo em que cada lado tenha a metade do tamanho do lado do triângulo anterior e faça três cópias;
3. posicione essas cópias de maneira que cada triângulo tenha um vértice comum com um dos vértices de cada um dos outros dois triângulos, conforme ilustra a figura 2;
4. repita sucessivamente os passos 2 e 3 para cada cópia dos triângulos obtidos no passo 3 (figura 3).

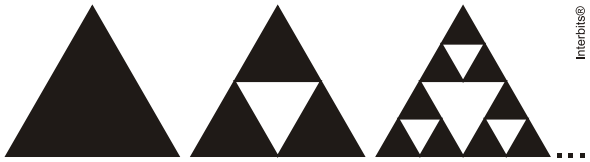


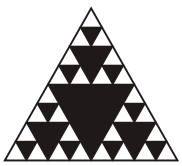
Figura 1 Figura 2 Figura 3

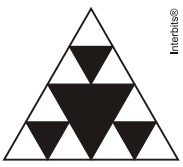
De acordo com o procedimento descrito, a figura 4 da sequência apresentada acima é

a)

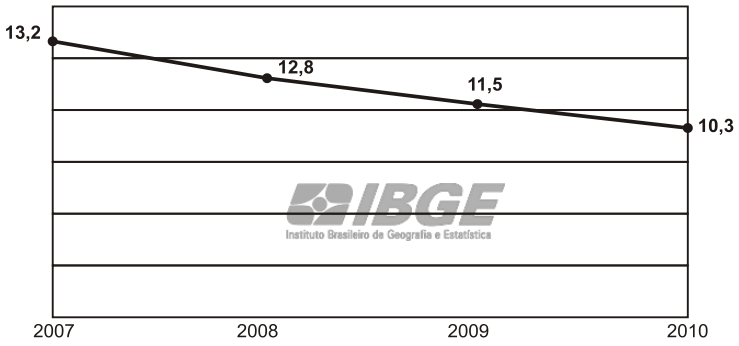
b)

c)

d) 

e) 

16**.** (Enem PPL 2012) O abandono escolar no ensino médio é um dos principais problemas da educação no Brasil. Reduzir as taxas de abandono tem sido uma tarefa que exige persistência e ações continuadas dos organismos responsáveis pela educação no país.
O gráfico apresentado a seguir mostra as taxas percentuais de abandono no ensino médio, para todo o país, no período de 2007 a 2010, em que se percebe uma queda a partir de 2008. Com o objetivo de reduzir de forma mais acentuada a evasão escolar são investidos mais recursos e intensificadas as ações, para se chegar a uma taxa em torno de 5,2% ao final do ano de 2013.



MEC/Inep, *Censo Escolar* (adaptado).

Qual a taxa de redução anual que deve ser obtida para que se chegue ao patamar desejado para o final de 2013? Considere $(0{,}8)^3 \cong 0{,}51$.

a) 10%
b) 20%
c) 41%
d) 49%
e) 51%

GABARITO DAS QUESTÕES PROPOSTAS

1. E	**2. E**	**3. B**	**4. A**	**5. C**	**6. A**
7. D	**8. C**	**9. E**	**10. E**	**11. B**	**12. B**
13. D	**14. D**	**15. C**	**16. B**		